

Trajektionen komplementärer Trajekte

1. Aus dem in Toth (2025a) konstruierten Hexagon konnte eine Matrix aufgestellt werden, deren linke Seite der trajektischen Dyaden der Transponierten der von Bense (1975, S. 37) eingeführten semiotischen Matrix entspricht

(1.1 1.1)	(2.1 1.3)	(3.1 1.2)
(1.2 2.3)	(2.2 2.2)	(3.2 2.1)
(1.3 3.2)	(2.3 3.1)	(3.3 3.3).

Bringt man sie auf die Normalform und zerteilt man sie

(1.1 1.1)	(1.2 2.3)	(1.3 3.2)
(2.1 1.3)	(2.2 2.2)	(2.3 3.1)
(3.1 1.2)	(3.2 2.1)	(3.3 3.3)

1.1	1.2	1.3	1.1	2.3	3.2
2.1	2.2	2.3	1.3	2.2	3.1
3.1	3.2	3.3	1.2	2.1	3.3,

dann hat man neben der geläufigen semiotischen Matrix zur Linken eine ihr komplementäre Matrix zur Rechten.

2. Es gibt somit zwei Möglichkeiten, die in Toth (2025b) präsentierten Abbildungen der Permutationen der Primzeichenrelation auf Quadrupelrelationen ihrer Dualen zu bestimmen. Im folgenden sind die komplementären Trajekte rot markiert.

$$T(1, 2, 3) = (1.2 | 2.3) \rightarrow (1.2 | 3.2), (2.1 | 2.3), (2.1 | 3.2) \\ (2.3 | 2.1), (1.3 | 3.1), (1.3 | 2.1)$$

$$T(1, 3, 2) = (1.3 | 3.2) \rightarrow (1.3 | 2.3), (3.1 | 2.3), (3.1 | 3.2) \\ (3.2 | 3.1), (1.2 | 3.1), (1.2 | 2.1)$$

$$T(2, 1, 3) = (2.1 | 1.3) \rightarrow (2.1 | 3.1), (1.2 | 1.3), (1.2 | 3.1) \\ (1.3 | 1.2), (2.3 | 3.1), (2.3 | 1.2)$$

$$T(2, 3, 1) = (2.3 | 3.1) \rightarrow (2.3 | 1.3), (3.2 | 1.3), (3.2 | 3.1)$$

$$\begin{aligned}
& \quad \quad \quad (3.1 \mid 3.2), (2.1 \mid 3.2), (2.1 \mid 1.2) \\
T(3, 1, 2) = (3.1 \mid 1.2) & \rightarrow (3.1 \mid 2.1), (1.3 \mid 1.2), (1.3 \mid 2.1) \\
& \quad \quad \quad (1.2 \mid 1.3), (3.2 \mid 2.3), (3.2 \mid 1.3) \\
T(3, 2, 1) = (3.2 \mid 2.1) & \rightarrow (3.2 \mid 1.2), (2.3 \mid 2.1), (2.3 \mid 1.2) \\
& \quad \quad \quad (2.1 \mid 2.3), (3.1 \mid 1.3), (3.1 \mid 2.3)
\end{aligned}$$

3. Damit können wir die Trajektionen komplementärer Trajekte durch trajektische Addition (vgl. Toth 2025c) bestimmen.

$$\begin{aligned}
& (1.2 \mid 3.2), (2.1 \mid 2.3), (2.1 \mid 3.2) \\
& (2.3 \mid 2.1), (1.3 \mid 3.1), (1.3 \mid 2.1) \\
= & \quad ((1.2 \mid 3.2) + (2.3 \mid 2.1)) = (1.2, 2.3 \mid 3.2, 2.1) \\
& \quad ((2.1 \mid 2.3) + (1.3 \mid 3.1)) = (2.1, 1.3 \mid 2.3, 3.1) \\
& \quad ((2.1 \mid 3.2) + (1.3 \mid 2.1)) = (2.1, 1.3 \mid 3.2, 2.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (1.3 \mid 2.3), (3.1 \mid 2.3), (3.1 \mid 3.2) \\
& (3.2 \mid 3.1), (1.2 \mid 3.1), (1.2 \mid 2.1) \\
= & \quad ((1.3 \mid 2.3) + (3.2 \mid 3.1)) = (1.3, 3.2 \mid 2.3, 3.1) \\
& \quad ((3.1 \mid 2.3) + (1.2 \mid 3.1)) = (3.1, 1.2 \mid 2.3, 3.1) \\
& \quad ((3.1 \mid 3.2) + (1.2 \mid 2.1)) = (3.1, 1.2 \mid 3.2, 2.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2.1 \mid 3.1), (1.2 \mid 1.3), (1.2 \mid 3.1) \\
& (1.3 \mid 1.2), (2.3 \mid 3.1), (2.3 \mid 1.2) \\
= & \quad ((2.1 \mid 3.1) + (1.3 \mid 1.2)) = (2.1, 1.3 \mid 3.1, 1.2) \\
& \quad ((1.2 \mid 1.3) + (2.3 \mid 3.1)) = (1.2, 2.3 \mid 1.3, 3.1) \\
& \quad ((1.2 \mid 3.1) + (2.3 \mid 1.2)) = (1.2, 2.3 \mid 3.1, 1.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2.3 \mid 1.3), (3.2 \mid 1.3), (3.2 \mid 3.1) \\
& (3.1 \mid 3.2), (2.1 \mid 3.2), (2.1 \mid 1.2) \\
= & \quad ((2.3 \mid 1.3) + (3.1 \mid 3.2)) = (2.3, 3.1 \mid 1.3, 3.2)
\end{aligned}$$

$$((3.2 \mid 1.3) + (2.1 \mid 3.2)) = (3.2, 2.1 \mid 1.3, 3.2)$$

$$((3.2 \mid 3.1) + (2.1 \mid 1.2)) = (3.2, 2.1 \mid 3.1, 1.2)$$

$$(3.1 \mid 2.1), (1.3 \mid 1.2), (1.3 \mid 2.1)$$

$$(1.2 \mid 1.3), (3.2 \mid 2.3), (3.2 \mid 1.3)$$

$$= ((3.1 \mid 2.1) + (1.2 \mid 1.3)) = (3.1, 1.2 \mid 2.1, 1.3)$$

$$((1.3 \mid 1.2) + (3.2 \mid 2.3)) = (1.3, 3.2 \mid 1.2, 2.3)$$

$$((1.3 \mid 2.1) + (3.2 \mid 1.3)) = (1.3, 3.2 \mid 2.1, 1.3)$$

$$(3.2 \mid 1.2), (2.3 \mid 2.1), (2.3 \mid 1.2)$$

$$(2.1 \mid 2.3), (3.1 \mid 1.3), (3.1 \mid 2.3)$$

$$= ((3.2 \mid 1.2) + (2.1 \mid 2.3)) = (3.2, 2.1 \mid 1.2, 2.3)$$

$$((2.3 \mid 2.1) + (3.1 \mid 1.3)) = (2.3, 3.1 \mid 2.1, 1.3)$$

$$((2.3 \mid 1.2) + (3.1 \mid 2.3)) = (2.3, 3.1 \mid 1.2, 2.3).$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Vom semiotischen Hexagon zu einer trajektischen Matrix. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Zirkuläre distributive trajektische Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

Toth, Alfred, Addition von Trajekten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025c

15.12.2025